

有限要素法試験問題 (2006年度)

問題1. 自然現象や工学的現象の予測や設計制御を行うために実施する科学技術計算による情報処理過程について具体例を3つ挙げよ。また、その中の一つを選んで、処理の具体的な流れを図式化しながら簡潔に説明せよ。

問題2. 区間 $[0, 1]$ における未知関数 u に対する微分方程式

$$-\frac{d^2u}{dx^2} + u = f$$

$$\frac{du}{dx}(0) = u(0), \quad \frac{du}{dx}(1) = 2$$

を考える。この方程式の両辺に任意関数 v をかけて $[0, 1]$ で積分することによって得られる弱形式はどのようなになるかその形を求めよ。

問題3. 2次元平面上の $(0,0)$, $(2,1)$, $(1,3)$ の三点を頂点とする三角形について3つの面積座標 $L_1(x, y)$, $L_2(x, y)$, $L_3(x, y)$ を具体的に求めよ。但し、面積座標とは、ある頂点で1であり、それ以外の頂点では0になる一次関数であった。

問題4. 2次元単位正方形 $[0, 1] \times [0, 1]$ 上で、ポアソン方程式を考える。

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f$$

$$u(0, y) = u(1, y) = u(x, 0) = u(x, 1) = 0$$

1) この方程式の弱形式を $\langle u, v \rangle = (f, v)$ と表す時の $\langle u, v \rangle$ と (f, v) を具体的な積分の形で表せ。

2) 下図のように正方形の各辺を以下の図のように小正方形に3分割し、各小正方形を左下がりの対角線で二分して三角形分割を行う。連続な区分的一次関数を用いた有限要素法を適用するとき、第11番目の節点に対応する基底関数

ϕ_{11} の $\phi_{11}(x, y) = 1/2$ となる等高線を図示せよ。

3) 第6番目と第7番目の節点に対応する基底関数 ϕ_6 と ϕ_7 に対して

$\langle \phi_6, \phi_7 \rangle$ の値を計算せよ。

